

- Niech S będzie zbiorem, k ustalonym ciałem. Niech $F(X)$ oznacza zbiór wszystkich funkcji z X do k .
1. Pokazać że na $F(X)$ mamy oczywistą strukturę przestrzeni wektorowej nad k (nawet algebry nad k).
 2. Kiedy $F(X)$ i $F(Y)$ są izomorficzne jako przestrzenie wektorowe? Kiedy jako zbiory?
 3. Pokazać że F jest funktorem kontrawariantnym z kategorii zbiorów w kategorii przestrzeni wektorowych. Opisać odwzorowanie indukowane przez $f : X \rightarrow Y$. Oznaczamy je f^* .
 4. Jeśli $f : X \rightarrow Y$ spełnia warunek: "przeciwwobraz każdego y jest skończony", to F jest funktorem kowariantnym (na podkategorii $Sets$). Oznaczamy go przez f_* . Opisać złożenia f^*f_* oraz f_*f^* (o ile są zdefiniowane).
 5. Opisać przestrzeń dualną $F(X)^*$. Pokazać że dla skończonych zbiorów X , $F(X)$ oraz $F(X)^*$ są izomorficzne przez izomorfizm który jest kanoniczny/naturalny nad podkategorią $fVect_k$ w której morfizmy toobrazy przez F morfizmów między zbiorami.
 6. Jakie operacje na przestrzeniach wektorowych odpowiadają operacjom sumy rozłącznej i produktu kartezjańskiego zbiorów.
 7. Jakie operacje na zbiorach odpowiadają $\Lambda^k V$, $S^k(V)$, T^*V , $Hom(V, W)$,
 8. Niech G będzie grafem na (skończonym) zbiorze wierzchołków X , Zaproponować jak G prowadzi do odwzorowania liniowego z $F(X)$ w siebie. Jaka jest rola skończoności X w waszej propozycji.
 9. Niech G będzie grafem dwudzielnym na zbiorach X, Y (nie ma krawędzi wewnątrz X, Y). Zaproponuj jak G daje odwzorowanie/ odwzorowania między $F(X)$ a $F(Y)$. Jak się składają te odwzorowania z zadan 8,9.
 10. Pokazać że jest odpowiedniość między podprzestrzeniami $V < F(X)$ a odwzorowaniami $X \rightarrow V^*$. Jakie podprzestrzenie odpowiadają injekcjom?
 11. Odwzorowanie f między nieskończonymi zbiorami X, Y nazywa się fredholmowskim jeśli istnieje X', Y' skończone podzbiory odpowiednio X, Y takie że f ograniczone do X' jest bijekcją między X', Y' . Pokazać że $Sets$ i odwzorowania fredholmowskie tworzą kategorię. Pokazać że f^*, f_* mają skończenie wymiarowe jądra i kójadra.
 12. Jeśli f jest odwzorowaniem X w siebie, policzyć ślad i wyznacznik f_*, f^* .
 13. Jakie możesz wymyślić (i przedwykutować) funktory analogiczne do $F(X)$? Na przykład gdy X jest przestrzenią topologiczną.