

1. Udowodnić przez indukcję że każdy nilpotent jest sprzężony z nilpotentem pochodzącym od diagramu Younga w taki sposób:
 - a. udowodnić twierdzenia dla nilpotentów takich że $N^2 = 0$
 - b. Zastosować pierwszy punkt dla nilpotenta $N^{d+1} = 0, N^d \neq 0$, rozważając działanie N na $(V = \text{Ker} N^{d+1}) / \text{Ker} N^d$. Dzięki indukcji wiemy jak wygląda nilpotent na $\text{Ker} N^d$.
2. Z filtracją $F_1 < F_2 < \dots$ można stowarzyszyć gradację, tzn rozkład V w sumę prostą przestrzeni izomorficznych z F_{i+1}/F_i .
 Dla nilpotenta $f = N$ (takiego że $N^{d+1} = 0, N^d \neq 0$) V ma wstępującą filtrację przez $\text{ker} N^k$ i zstępującą filtrację przez $\text{Im} N^k$. Jak się mają do siebie stowarzyszone z nimi gradacje?
 Mając dane $f : V \rightarrow V$, pokazać że $\text{ker} f$ jest izomorficzne z $\text{coker} f = V/\text{im} f$. Obie te przestrzenie mają filtrację $\dots < \text{Im} N^{k+1} < \text{Im} N^k < \dots$ filtruje $\text{ker} N$ zaś $\text{Ker} N^k < \text{Ker} N^{k+1}$ filtruje $\text{coker} N$. Jak się mają do siebie stowarzyszone z nimi gradacje.
3. Udowodnić że klasy izomorfizmów skończonych p -grup abelowych o p^n elementach odpowiadają partycjom n . Wskazówka: mnożenie przez p jest nilpotentem. Skończone p -grupy abelowe można traktować jak moduły nad pewnym pierścieniem. Jakim?
 Udowodnić że torsyjne moduły nad pierścieniem wielomianów zlokalizowanym w ideale pierwszym p odpowiadają partycjom.
 Dowiedzieć się co to DVR.
4. Odpowiedniość między endomorfizmami przestrzeni wektorowych nad k (skończenie wymiarowych) i torsyjnymi modułami nad pierścieniem wielomianów $k[x]$ (skończenie generowanymi).
 - a. mając dany endomorfizm $E : V \rightarrow V$ definiuje na V strukturę $k[x]$ modułu przez $P(x)v = P(E)(v)$ (jasne jest co to wielomian of E). Pokazać że tak otrzymany moduł jest torsyjny i skończenie generowalny.
 - b. Mając dany V , torsyjny i skończenie generowalny moduł nad $k[x]$ pokazać że jest on skończenie wymiarową przestrzenią wektorową nad k . Odwzorowanie $v \rightarrow x \cdot v$ zadaje k -liniowy endomorfizm V .
 Te dwie procedury są wzajemnie odwrotne.
5. Pierścień $k[x]$ jest pierścieniem idealów głównych. Dla danego modułu V (torsyjnego i skończenie generowanego) i wielomianu P rozważamy zbiór $V_P = \{v : P(x)v = 0\}$ oraz zbiór $V_{P^n} = \{v : P(x)^n v = 0\}$ (dla pewnego n) ten zbiór zależy tylko od idealu generowanego przez P .
 Jeśli P dzieli Q to $V_P < V_Q$.
 Jeśli P, Q są względnie pierwsze, to Q zachowuje V_P i działa tam jako izomorfizm. Tak samo dla V_{P^n} .
 Pokazać że każde V rozkłada się w sumę prostą $\bigoplus V_{P_i^{n_i}}$, gdzie sumowanie odbywa się po pewnym zbiorze idealów pierwszych (czyli wielomianów nierozkładalnych).
 Przedyskutować sytuację ogólnego pierścienia idealów głównych.
6. Zbadac strukturę V_{P^N} jako $k[x]$ modułu.
 - a. P działa tam jako nilpotent, używając klasyfikacji nilpotentów możemy to zrozumieć.
 - b. jak działa mnożenie przez x na nilpotencie o znanym diagramie Younga.