

Egzamin poprawkowy z algebry liniowej 1A, 1.III.2003

Wariant A. Część pierwsza; czas: 30 minut

1. (A) Wektory, których iloczyn skalarny jest ujemny tworzą kąt rozwarty.
(B) Iloczyn skalarny dwóch wektorów długości 2 nie może być równy 2.
2. (A) Czy iloczyn wektorowy dwóch prostopadłych wektorów U i V jednakowej długości musi mieć taką samą długość?
(B) W jest ustalonym niezerowym wektorem w przestrzeni. Czy zbiór wektorów Y takich, że $Y \times W = 0$ tworzy w przestrzeni płaszczyznę?
3. T jest rzutem prostopadły na płaszczyznę π w R^3 , zaś S jest symetrią względem tej samej płaszczyzny.
(A) Czy $T \circ S = T$?
(B) Czy $S \circ T = S$?
4. (A) Rzut prostopadły na dowolną prostą w R^2 przechodzącą przez punkt $(0,0)$ ma wartość własną -1 .
(B) Każda macierz rozmiaru 2×2 mająca choć jeden wektor własny ma też zawsze wektor własny o długości 2.
5. Dana jest macierz m rozmiaru 2×2 o wszystkich wyrazach równych 1.
(A) Macierz m nie ma macierzy odwrotnej.
(B) Macierz m jest macierzą przekształcenia identycznościowego.
6. W przestrzeni dane są trzy niezerowe wektory U, V, W parami prostopadłe.
(A) Czy $\det(U, V, W) \neq 0$?
(B) Czy każdy wektor w przestrzeni jest równy pewnej kombinacji liniowej wektorów U, V, W ?
7. (A) Nie każda macierz symetryczna rozmiaru 3×3 jest macierzą formy kwadratowej.
(B) Macierze tej samej formy kwadratowej w różnych prostokątnych układach współrzędnych w R^3 mają takie same wyznaczniki.
8. (A) Czy każde przekształcenie liniowe $T : R^3 \rightarrow R^3$ posiada wektor własny długości 1000?
(B) Czy różne przekształcenia liniowe przestrzeni mogą mieć jednakowe wielomiany charakterystyczne?
9. (A) Czy dwa (niezerowe) wektory własne przekształcenia liniowego T odpowiadające różnym wartościom własnym mogą być współliniowe?
(B) Czy wektor X , który jest wektorem własnym dwu przekształceń liniowych $T, S : R^3 \rightarrow R^3$ jest też wektorem własnym ich złożenia $S \circ T$?
10. Przekształcenie T zadane jest macierzą $m = \begin{pmatrix} 3/5 & 0 & -4/5 \\ 0 & -1 & 0 \\ 4/5 & 0 & 3/5 \end{pmatrix}$.
(A) Czy T jest ortogonalne?
(B) Czy T jest obrotem?