

WARIANT A

1. Niech π będzie płaszczyzną w $\mathbf{R}^3$ o równaniu $2x + y - z = 0$. Czy prawdą jest, że
- a) wektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ jest równoległy do π ; c) wektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ nie jest równoległy do π ;
b) wektor $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ jest prostopadły do π ; d) wektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ nie jest prostopadły do π ?
2. Czy podany układ ma rozwiązanie?
- a) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 2y = 13 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = -6 \end{cases}$
b) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ -4x + 2y = 8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 234y = 3 \\ x + y = 175 \end{cases}$
3. Czy krzywa o podanym równaniu jest elipsą?
- a) $x^2 + xy + y^2 = 2$ c) $x^2 + 3xy + y^2 = 2$
b) $x^2 + 2xy + y^2 = 2$ d) $x^2 + 4xy + y^2 = 2$
4. O pewnej liczbie zespolonej z wiadomo, że $z^{17} = z^{24}$. Czy wynika stąd, że
- a) $|z| = 1$; c) $1 = z^7$;
b) $z^7 = z^{14}$; d) $\operatorname{Re}(z^{14}) = 0$?
5. Wektory $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ oraz $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ są wektorami własnymi pewnego przekształcenia liniowego $F: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$. Czy wynika stąd, że
- a) $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ jest wektorem własnym F ; c) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ jest wektorem własnym F ;
b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ jest wektorem własnym F ; d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ jest wektorem własnym F ?

6. Czy istnieją liniowo niezależne wektory $A, B \in \mathbf{R}^3$, takie że
- a) $A \times B = A$;
 - b) $A \times B = A + B$;
 - c) $A \times B = A - B$;
 - d) $A \times B = B \times A$?

7. Wiadomo, że symetryczna macierz $A \in M_{3 \times 3}(\mathbf{R})$ spełnia $A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$. Czy

- a) A musi mieć wektor własny prostopadły do $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$?
- b) A może mieć wektor własny nieprostopadły do $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$?
- c) $\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ musi być wektorem własnym A ?
- d) $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ może być wektorem własnym A ?

8. $A = P \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} P^{-1}$, gdzie P jest odwracalną macierzą o kolumnach (kolejno

od lewej) P_1, P_2, P_3 . Czy wynika stąd, że

- a) $AP_2 = 3P_2 + P_3$;
- b) $AP_1 = P_1 + 2P_3$;
- c) $AP_3 = 2P_1 - P_2$;
- d) $AP_3 + P_1 = P_2$?

9. Czy przekrój walca hiperbolicznego i płaszczyzny może być

- a) elipsą;
- b) hiperbolą;
- c) prostą;
- d) parą prostych?

10. O macierzach $A, B \in M_{2 \times 2}(\mathbf{R})$ wiadomo, że ich wyznaczniki są dodatnie. Czy wynika stąd, że

- a) $\det(A + B) > 0$;
- b) $\det(A - B) > 0$;
- c) $\det(AB) > 0$;
- d) $\det(AB^{-1}) > 0$?