

ANALIZA MATEMATYCZNA 3. LISTA 6.

1. Znajdź ekstrema lokalne zadanych funkcji
- a)** $f(x, y) = x + y - 4x^2y^2$
- b)** $f(x, y) = e^{xy} - x$ **c)** $f(x, y) = x^3 + y^3 + xy$ **d)** $f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$
- e)** $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$ **f)** $f(x, y) = x^3 - x + y^2$
- g)** $f(x, y) = 5 - |x| - |y|$ **g')** $f(x, y) = |5 - |x| - |y||$
- g'')** $f(x, y) = (5 - x^2 - y^2)^2$ **g''')** $f(x, y) = (5 - x^2 - y^2)^3$
- h)** $f(x, y) = |5 - |x||$ **h')** $f(x, y) = y^2 + |5 - |x||$ **h'')** $f(x, y) = y^3 + |5 - |x||$
- i)** $f(x, y) = \operatorname{sgn}(xy) + \{x\}$, $D_f = (-3, 3]^2$ **j)** $f(x, y) = \begin{cases} 4x & \text{gdy } (x, y) \in [0, 1]^2 \\ p & \text{gdy } (x, y) \notin [0, 1]^2 \end{cases}$

WSK. Począwszy od g) nie warto używać algorytmu (z hesjanem).

* * *

2. Znajdź (chyttrze) kres górny i kres dolny wartości funkcji na podanym zbiorze i wszystkie argumenty, w których te wartości są przyjmowane

- a)** $f(x, y) = 2 - \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ **b)** $f(x, y) = |x - 3| + |y - 2|$, $x, y \in [-5, 5]$
- c)** $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^4 + 1}$, \mathbb{R}^2 **d)** $f(x, y) = 2xy + 1$ na kole jednostkowym o śr. w (0,0)
- e)** $f(x, y) = 2\sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}y^2}$ **f)** $f(x, y) = \begin{cases} x^2 - 2x + p & \text{gdy } (x, y) \in [-1, 1]^2 \\ |y| + q & \text{gdy } (x, y) \notin [-1, 1]^2 \end{cases}$

3. Znajdź kres górny i kres dolny wartości funkcji na podanym zbiorze i wszystkie argumenty, w których te wartości są przyjmowane

- a)** $f(x, y) = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$ na zbiorze ograniczonym liniami: $y = x^2$, $y = 4$
- b)** $f(x, y) = |x| + (x + y)^2 + \frac{3}{2}y$, $[-1, 1]^2$ **b')** $f(x, y) = |x| + (x + y)^2 + \frac{3}{2}y$, \mathbb{R}^2
- c)** $f(x, y) = xy(4 - x - y)$ na trójkącie o wierzchołkach (1, 0), (6, 0), (1, 5)

4. Wyznacz punkt płaszczyzny $z = 0$, dla którego suma kwadratów odległości od punktów $A_1(1, 2, 1)$, $A_2(1, 3, 4)$, $A_3(-1, 2, 2)$, $A_4(0, 2, 3)$, $A_5(5, 1, 5)$ jest najmniejsza.

5. Niech $A(4, 0, 4)$, $B(4, 4, 4)$, $C(4, 4, 0)$. Na powierzchni $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ znajdź taki punkt S , by objętość ostrosłupa $SABC$ była

6. Doprecyzuj treść zadania i sprowadź do zagadnienia minimaxowego

- a)** Znaleźć prawidłowy ostrosłup czworokątny o danej , mający naj
- b)** Zoptymalizować wymiary puszek, **b')** puszek bez wieczka.
- c)** Sprawdzić, że najbardziej ekonomiczne wymiary ma prostopadłościenny odkryty z góry zbiornik, gdy dno jest kwadratem, a głębokość jest