

Analiza matematyczna 2B, Lista 1

1. Oblicz:

$$\text{NWD}(x^2 + 4x - 3, x^2 + 2x - 1),$$

$$\text{NWD}(x^3 - 6x^2 + 14x - 15, x^2 + 2x - 15),$$

$$\text{NWD}(2x^3 + 9x^2 + 8x - 3, 2x^3 + 17x^2 + 20x - 7).$$

2. Wyznacz współczynniki A i B w równości $\text{NWD}(P, Q) = AP + BQ$ dla następujących par P i Q :

$$(x^2 - 3x - 4, x^2 - x - 12),$$

$$(x^2 - x - 6, x^2 + 3x - 10),$$

$$(x^3 + x + 1, x^2 - 7x + 2).$$

3. Uzasadnij że jeśli $Q \neq 0$, to w równości $\text{NWD}(P, Q) = AP + BQ$ można wybrać A stopnia mniejszego niż stopień Q (w szczególności jeśli stopień Q to zero to jako A można wybrać wielomian zerowy). Jeśli ten warunek jest spełniony, i $\text{NWD}(P, Q) = 1$ to A i B są wyznaczone jednoznacznie. Jeśli dodatkowo A ma stopień dodatni to wtedy także stopień B jest mniejszy niż stopień A .

Wskazówka: A można zastąpić przez resztę z dzielenia A przez Q .

4. Wyznacz rozkład bezkwadratowy następujących wielomianów:

$$x^3 - 12x + 16,$$

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1,$$

$$x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1.$$

$$x^5 + 4x^4 + x^3 - 10x^2 - 4x + 8.$$

5. Metodą Hermite'a oblicz całki:

$$\int \frac{x^2 + 2x + 4}{(x^2 + 3x - 1)^2} dx$$

$$\int \frac{x^2 - 6x + 2}{(x^2 + x - 5)^2} dx$$

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 + x^2 - 33x + 28}{(x - 3)(x^2 + 2x - 5)^2} dx$$

$$\int \frac{x^4 - x^3 + 6x^2 + 11x + 3}{(x^2 + x - 3)^3} dx$$

6. Użyj całkowanie przez części do obliczenia:

$$\int (2x^2 + 1) e^{x^2+1} dx,$$

$$\int (3x^4 + x^2 + 2x) e^{x^3+x+1} dx.$$

7. Co da całkowanie przez części dla następującej całki:

$$\int (3x^5 + 6x^2 + x)e^{x^3} dx.$$

Czy potrafisz ją obliczyć?

8. Wyznacz wyrazy do rzędu x^5 w rozwinięciu Taylora całki

$$\int \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)(1-kx^2)}} dx$$

gdzie k jest ustalonym parametrem, zaś funkcję pierwotną wybieramy tak by miała wartość 0 dla $x = 0$.

Wskazówka: Nie obliczaj całki.

9. Uzasadnij że

$$\int \frac{e^x}{x} dx - \log(x)$$

rozwija się w szereg potęgowy w otoczeniu $x = 0$ i wyznacznaj współczynniki szeregu. Podobnie dla

$$\int \frac{\cos(x)}{x} dx - \log(x)$$