1. Na grupie Heisenberga wyliczyć jawne wzory na reprezentacje λ_ω indukowane z centrum i obrazy pól X i Y w tych reprezentacjach.

2. Wyliczyć transformację Fouriera względem centrum z jądra ciepła na grupie Heisenberga.

Wskazówka: Jest znany wzór na półgrupę generowaną przez operator $H = -\Delta + |x|^2$ na $\mathbb{R}^n$:

$$\exp(tH)\delta_x(y) = c_n \sinh(2t)^{-n/2} \exp(-A(t,x,y)/2)$$

gdzie

$$A(t,x,y) = \frac{\cosh(2t)(|x|^2 + |y|^2) - 2\langle x, y\rangle}{\sinh(2t)}$$

zaś $c_n = (2\pi)^{-n/2}$.

3. Niech D będzie dylatacją na $\mathbb{R}^n$, tzn. D jest odwracalne i $\lim_{k\to-\infty} D^k x = 0$. Powiemy że dystrybucja T jest prawie jednorodna rzędu r jeśli dla każdego $\phi \in C_c^\infty(\mathbb{R}^n - \{0\})$ i $\psi \in C_c^\infty(\mathbb{R}^n)$ zarówno $\|2^{-rk}\phi \circ D^k T\|_{M^1}$ jak i $2^{-rk}\langle \psi \circ D^k, T\rangle$ są ograniczone dla k dążącego do nieskończoności (gdzie $\|\cdot\|_{M^1}$ oznacza normę na przestrzeni miar). Pokazać że jeśli T ma nośnik zwarty to iloczyn T z jednomiem stopnia dodaniego jest dystrybucją prawie jednorodną rzędu wyższego niż r. Ponadto transformacja Fouriera T spełnia $|\hat{T}(D^k\omega)| \le C(k+1)2^k$ dla $|\omega| \le 1$ i $k \ge 0$.