1. (za 2 punkty) Zaprogramuj obliczanie `sin(x)` i `cos(x)` dla $x \in [0,1]$ używajwając arytmetki wielokrotnej precyzji (z dokładnością co najmniej do 100 cyfr). Do podstawowych działań artymetycznych można użyć własną bibliotekę (np. klasę z poprzedniej listy) lub gotową biblitekę (jak MPFR). Użyj to w metodzie Newtona do znalezienia zera $\sin(x) - 1/2$ w przedziale $[0,1]$ (czyli obliczenia $\pi/6$ z miarę wysoką dokładnością tzn. prawie 100 cyfr).

2. (za 2 punkty) Dla zadanego wielomianu $P(x)$ zmiennej x modulo liczba pierwsza p i liczby całkowitej k mniejszej od stopnia P oblicz największy wspólny dzielnik $P(x)$ i $x^{p^k} - x$. Użyj w tym celu klas i funkcji z poprzednich list. Uwaga: by uzyskać rozsądną szybkość najpierw oblicz x^{p^k} modulo P (jak w zadaniu 1 z listy 12), odejmij od tego x i dopiero teraz zastosuj zwykłą procedurę obliczania wspólnego dzielnika. Takie podejście jest poprawne bo dla dowolnego wielomianów A i R zmiennej x modulo p mamy $NWD(A,P) = NWD(A - QP, P)$. Jeśli Q to iloraz A przez P to wtedy $A - QP$ jest resztą z dzielenia.

Powyższe obliczenie wykonaj w pętli dla $k = 1, 2, ...$ aż do połowy stopnia P, po drodze wydzielając znalezione czynnki P.

Komentarz: Jeśli czynniki nierozkładalne P mają różne stopnie to powyższa procedura da rozkład P na czynniki (tzn. $NWD(x^{p^k} - x, P)$ daje czynnik stopnia k). Jeśli P nie ma czynników wielokrotnych, to dostaniemy rozład na bloki czynników równych stopni (tzn. $NWD(x^{p^k} - x, P)$ daje blok będący produktem wszystkich czynników nierozkładalnych P stopnia k).

Komentarz 2: Matematyczną podstawą procedury wyżej jest fakt że modulo p wielomian $x^{p^k} - x$ jest produktem wszystkich wielomianów nierozkładalnych modulo p których stopień dzieli k i którę mają współczynnik 1 przy najwyższej potędze x (przy tym w produkcie każdy czynnik występuje jednokrotnie).