

1. Niech G będzie zwartą grupą Liego zaś A algebrą Liego G . Pokazać że

- A jest sumą prostą swoich ideałów
- A jest sumą prostą algebry półprostej i abelowej
- A jeśli A jest półprosta to forma Killinga A jest ujemnie określona
- każdy skończenie wymiarowy A -moduł Liego jest sumą prostą modułów prostych

2. Niech A będzie algebra Liego zwartej grupy Liego G i niech T będzie maksymalną spójną abelową podgrupą G . Pokazać że algebra Liego T jest podalgebrą Cartana w A .

3. W grupie $G = SU(n)$ znaleźć maksymalną spójną podgrupę przemienną T i jej algebrę Liego. Wyznaczyć $\tilde{W} = \{g \in G : gTg^{-1} = T\}$. Jak \tilde{W} działa na algebrze Liego T ?

4. Niech A będzie półprostą algebrą Liego nad ciałem liczb zespolonych, niech G będzie (zespoloną) spójną grupą Liego z algebrą Liego A . Oznaczmy przez $\text{Int}(A)$ podgrupę grupy automorfizmów A odpowiadających automorfizmom wewnętrznym G (tzn. $i_g(x) = gxg^{-1}$, $\phi(g) = Di_g|_{x=e}$, $\text{Int}(A) = \phi(G)$). Pokazać że $\text{Int}(A)$ jest generowana przez elementy postaci $\exp(\text{ad}_x)$ dla $x \in A$ takich że ad_x jest nilpotentny.