

**1** Sprawdzić że jeśli  $D_1$  i  $D_2$  są różniczkowaniami to ich komutator  $D_1D_2 - D_2D_1$  też jest różniczkowaniem.

**2.** Pokazać że dla grup macierzowych odwzorowanie  $\exp$  z algebry Liego w grupę jest wyznaczone przez macierzową funkcję wykładniczą:

$$\exp(M) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{M^k}{k!}$$

**3.** Wyznaczyć prawostronnie niezmiennicze pola wektorowe i podgrupy jednoparametrowe dla grup z zadań 1 i 2 poprzedniej listy, a także dla grupy  $SL(2, \mathbb{R})$ , grupy izometrii płaszczyzny i grupy która jako rozmierność jest równa  $\mathbb{R} \times \mathbb{C}$  z mnożeniem zadanym wzorem:  $(x_1, y_1)(x_2, y_2) = (x_1 + x_2, \exp(ix_2)y_1 + y_2)$  (ta grupa jest izomorficzna z nakryciem jednospójnym grupy izometrii płaszczyzny).

Wskazówka: Wyznaczanie pól wektorowych nie wymaga wyznaczania podgrup.

**4.** Wyznaczyć obraz odwzorowania eksponencjalnego w grupie  $SL(2, \mathbb{R})$  rzeczywistych macierzy  $2 \times 2$  o wyznaczniku 1.

**5.** Pokazać że grupa zespolonych macierzy  $2 \times 2$  o wyznaczniku 1 ma nieciągły automorfizm.

**6.** Pokazać że każdy automorfizm grupy rzeczywistych macierzy  $2 \times 2$  o wyznaczniku 1 jest ciągły.