1. Pokazać że przemienna grupa Liego jest produktem pewnej ilości prostych i okręgów.

2. Wyznaczyć jednowymiarowe podgrupy w grupach z zadań 1 i 2 listy 1 (tzn. grupie Heisenberga i grupie "ax + b").

3. Które z następujących grup są jednospójne: grupa Heisenberga, grupa $SL(2,\mathbb{R})$ rzeczywistych macierzy 2 na 2 o wyznaczniku 1, grupa $SU(2)$ unitarnych macierzy 2 na 2 o wyznaczniku 1, grupa $SO(3)$ ortogonalnych macierzy 3 na 3 o wyznaczniku 1, grupa $SL(2,\mathbb{C})$ zespolonych macierzy 2 na 2 o wyznaczniku 1, grupa $SL(3,\mathbb{R})$ rzeczywistych macierzy 3 na 3 o wyznaczniku 1. Dla grup które nie są jednospójne opisać centrum grupy nakrywającej (jednospójnej grupy z tą samą algebrą).

Wskazówka: Macierze można zapisać w postaci OL gdzie O jest ortogonalne lub unitarne, zaś L jest macierzą trójkątną.

4. Podobnie do rzeczywistych grup Liego można zdefinować zespolone grupy Liego: różniczkowalność jest w sensie zespolonym, algebra Liego jest nad liczbami zespolonymi. Pokazać że dla zespolonych grup Liego zachodzą twierdzenia o podgrupie i homomorfiźmie podane na wykładzie: jeśli mamy zespoloną podalgebrę to podgrupa jest zespolona, jeśli homomorfizm algebr jest zespolony to homomorfizm grup jest holomorficzny (różniczkowanly w sensie zespolonym).

5. Pokazać że kontekście algebraicznym twierdzenia o podgrupie i homomorfiźmie przestają być prawdziwe: istnieje (zespolona) grupa macierzowa zadana układem równań algebraicznych i podalgebra Liego jej algebry Liego taka że odpowiednia podgrupa nie zadaje się układem równań. Podobnie, istnieją zespolone grupy algebraiczne G_1, G_2 przy tym G_1 jest jednospójna takie że algebry Liego są izomorficzne, ale homomorfizm G_1 w G_2 nie jest algebraiczny (potrzebuje funkcji przestępnych).

6. Przestrzeń rzutowa $P(K,n)$ nad ciałem K to iloraz $K^{n+1} - 0$ w którym utożsamiamy x z λx dla dowolnego $\lambda \neq 0$. Macierze $n+1$ na $n+1$ nad K w naturalny sposób działają na $P(K,n)$. Wyznaczyć orbity działania $SL(2,\mathbb{R})$ i macierzy górnotrójkątnych na $P(\mathbb{C},1)$. Pokazać że macierze górnotrójkątne działają tranzytywnie na orbitach $SL(2,\mathbb{R})$ maksymalnego wymiaru.

7. Przestrzenią jednorodną grupy G nazywamy przestrzeń na której G działa tranzytywnie. Przedstawić przestrzenie rzutowe i sfery jako przestrznie jednorodne.