1. Pokazać że jeśli rzeczywista algebra Liego A zawiera element x taki że ad_x ma niezerową rzeczywistą wartość własną, to zawiera też podalgebrę Liego izomorficzną z algebrą Liego grupy przekształceń afinicznych prostej (grupy 'ax + b').

2. Opisać (sklasyfikować) wszystkie rozwiązalne algebry Liego nad ciałami liczb rzeczywistych i zespolonych o wymiarze nie przekraczającym 3.

3. Pokazać że nieprzemienna skończenie wymiarowa rozwiązalna algebra Liego nad ciałem liczb rzeczywistych zawiera nieprzemienną podalgebrę wymiaru 2 lub 3.

Uwaga: Z twierdzeń o strukturze algebr wynika że teza zadania pozostaje prawdziwa jeśli się usunie założenie o rozwiązalności (ale nie znam prostego dowodu).

Przypominam że $[A, B]$ gdzie A i B są podmodułami w algebrze Liego nazywamy najmniejszy podmoduł zawierający komutatory wszystkich par elementów z A i B.

4. Pokazać że jeśli I_1 i I_2 są ideałami w algebrze Liego B, zaś A_1 i A_2 są podalgebrami to $I_1 + I_2$, $I_1 \cap I_2$ i $[I, I]$ są ideałami zaś $I_1 + A_1$, $A_1 \cap A_2$ i $[I_1, A_1]$ są podalgebrami.

5. Niech g_t is h_s będą lokalnymi potokami dyfeomorfizmów na $\mathbb{R}^n$. Pokazać że

$$h_s(g_t(x)) - g_t(h_s(x)) = st[X, Y] + O((s^2 + t^2)^{3/2})$$

6 Pokazać że skończenie wymiarowa rozwiązalna algebra Liego nad ciałem zawiera ideał kowymiaru 1. Wywnioskować stąd że taka algebra Liego jest iterowanym produktem półprostym algebr jednowymiarowych. Podobnie, jednospójna rozwiązalna grupa Liego jest iterowanym produktem półprostym prostych.

Wskazówka: Każda podprzestrzeń zawierająca $[G, G]$ jest ideałem.