1. Pokaż że jeśli I_1 i I_2 są ideałami w algebrze Liego B, zaś A_1 i A_2 są podalgebrami to $I_1 + I_2$, $I_1 \cap I_2$ i $[I_1, I_2]$ są ideałami zaś $I_1 + A_1$ i $A_1 \cap A_2$ są podalgebrami.

Podaję definicje: Centrum grupy G to zbiór takich elementów $z \in G$ że dla każdego $x \in G$ zachodzi $xz = zx$. Centrum algebry Liego $\mathbf{g}$ to zbiór takich elementów $Z \in \mathbf{g}$ że dla każdego $X \in \mathbf{g}$ zachodzi $[X, Z] = 0$.

2. Uzasadnij że centrum Z grupy Liego G jest podgrupą Liego. Pokaż że jeśli G jest spójna to algebra Liego Z to centrum algebry Liego G. Wywnioskuj stąd że jeśli centrum algebry Liego G jest trywialne to Z jest dyskretne.

3. Uzasadnij że dyskretna podgrupa normalna spójnej grupy Liego G jest zawarta w centrum G.

Przypominam definicję:

Definicja: Algebra Liego $\mathbf{g}$ jest prosta jeśli jest nieprzemienna i jedyne podprzestrzenie $\mathbf{g}$ niezmiennicze na działanie wszystkich operatorów ad_x, $x \in \mathbf{g}$ to $\mathbf{g}$ i $\{0\}$.

4. Pokaż że jeśli G jest grupą Liego z prostą algebrą Liego, to istnieje k takie że dla każdego $x \in G$ który nie należy do centrum G dla F zadanego równością $F = A_G x = \{gxg^{-1} : g \in G\}$ zbiór $(FF^{-1})^k$ zawiera otoczenie e w G.

Wskazówka: F zawiera krzywą gładką.

5. Pokaż że jeśli G jest spójną grupą Liego z prostą algebrą Liego, to każdy właściwy dzielnik normalny G jest zawarty w centrum G.

6. Pokaż że jeśli G jest grupą zwartą, U jest otoczeniem e w G, k jest liczbą naturalną, to istnieje otoczenie jedynki V takie że $((A_G V)(A_G V)^{-1})^k \subset U$.

7. Pokaż że jeśli G_1 jest grupą Liego z prostą algebrą Liego zaś G_2 jest jest grupą zwartą to każdy (algebraiczny) homomorfizm z G_1 do G_2 jest ciągły.