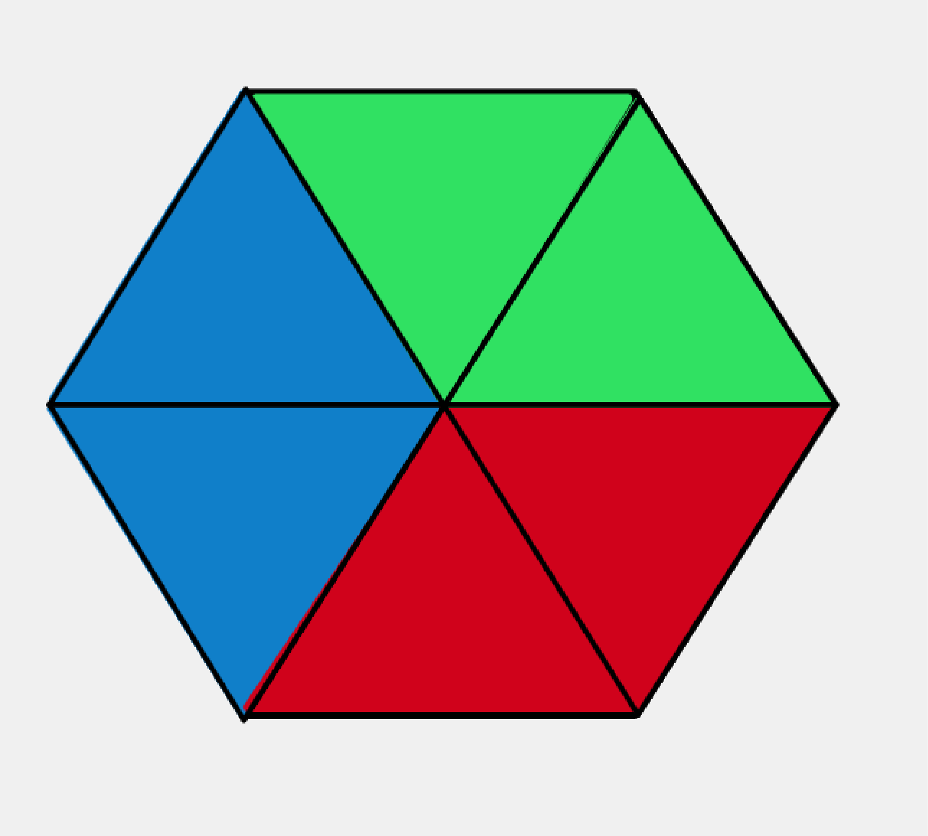
# Losowe Parkietaże

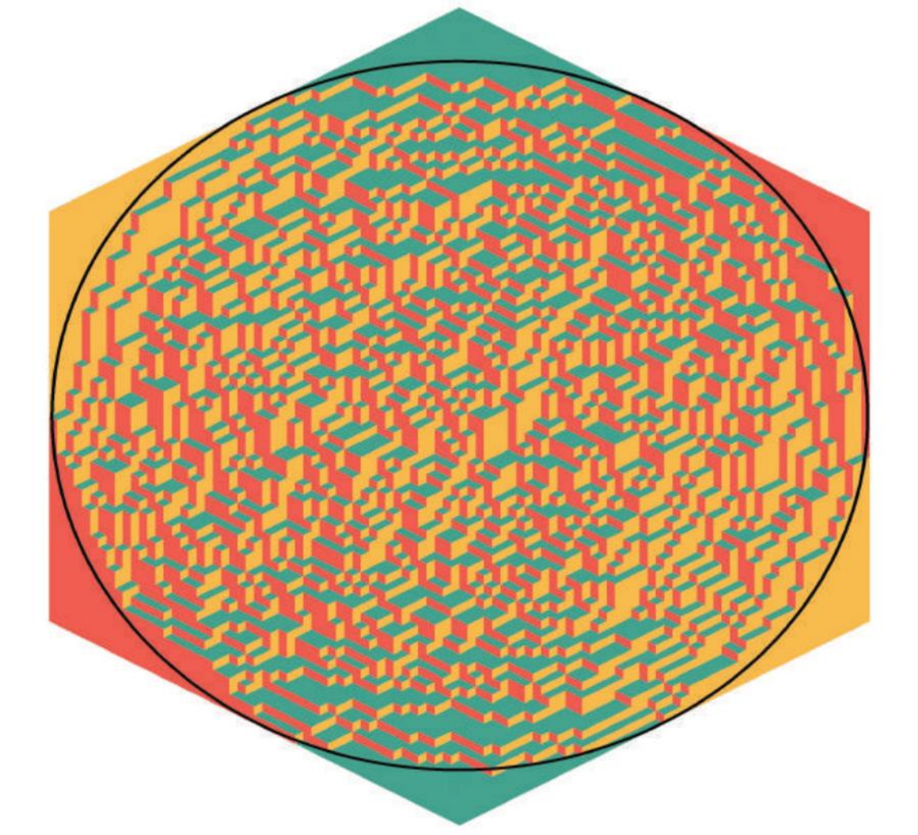
Jan Kozłowski

Praca pisana pod kierunkiem dr. Piotra Dyszewskiego

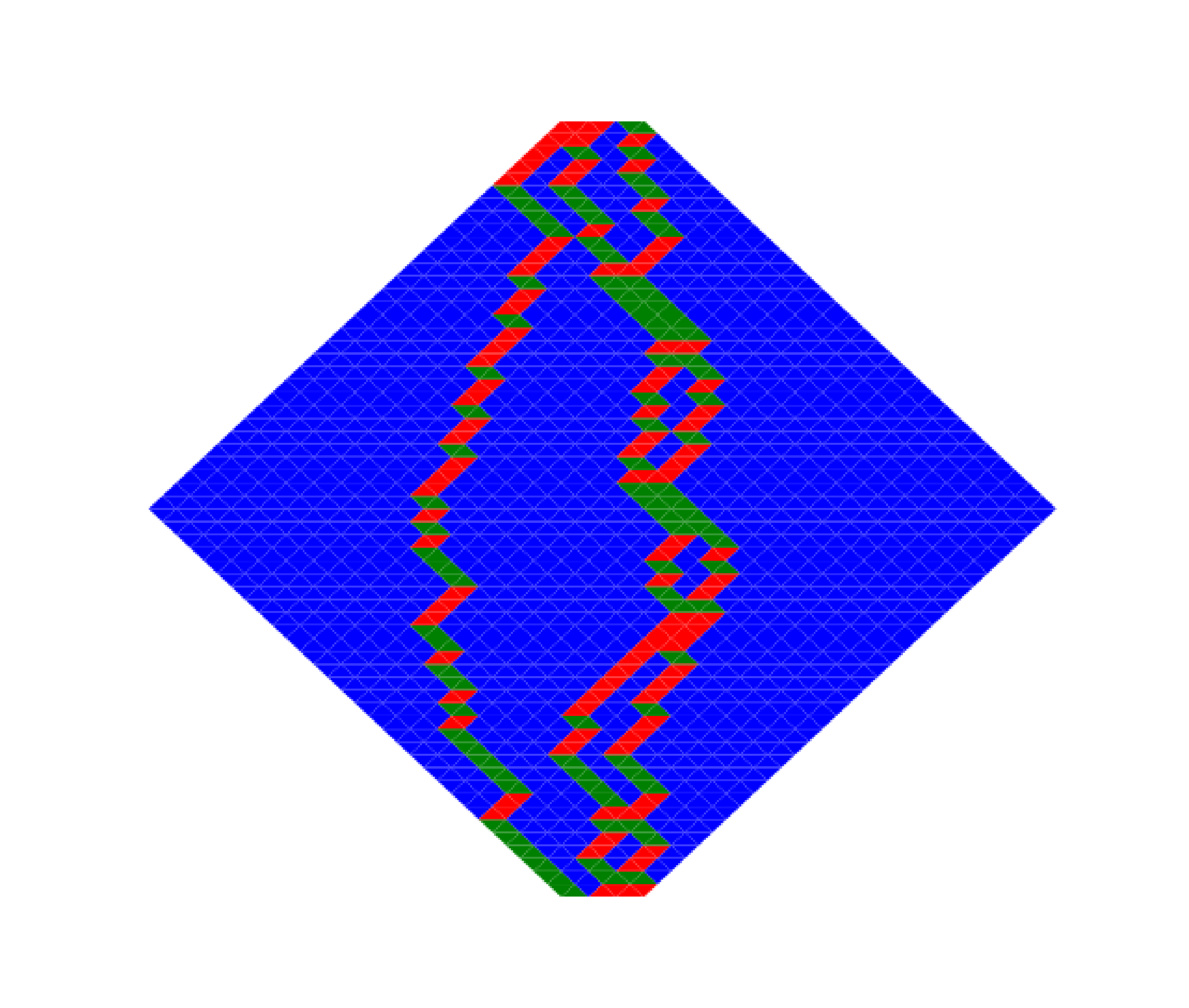
# Motywacja



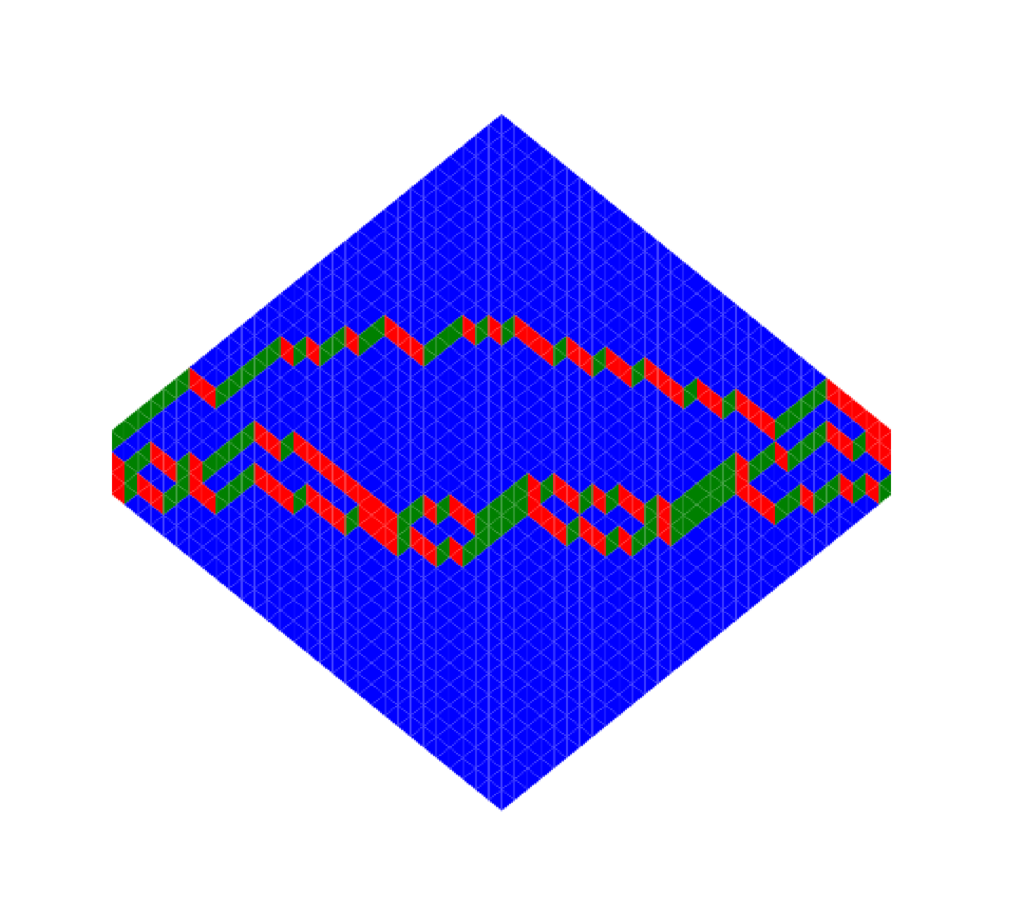
# Motywacja



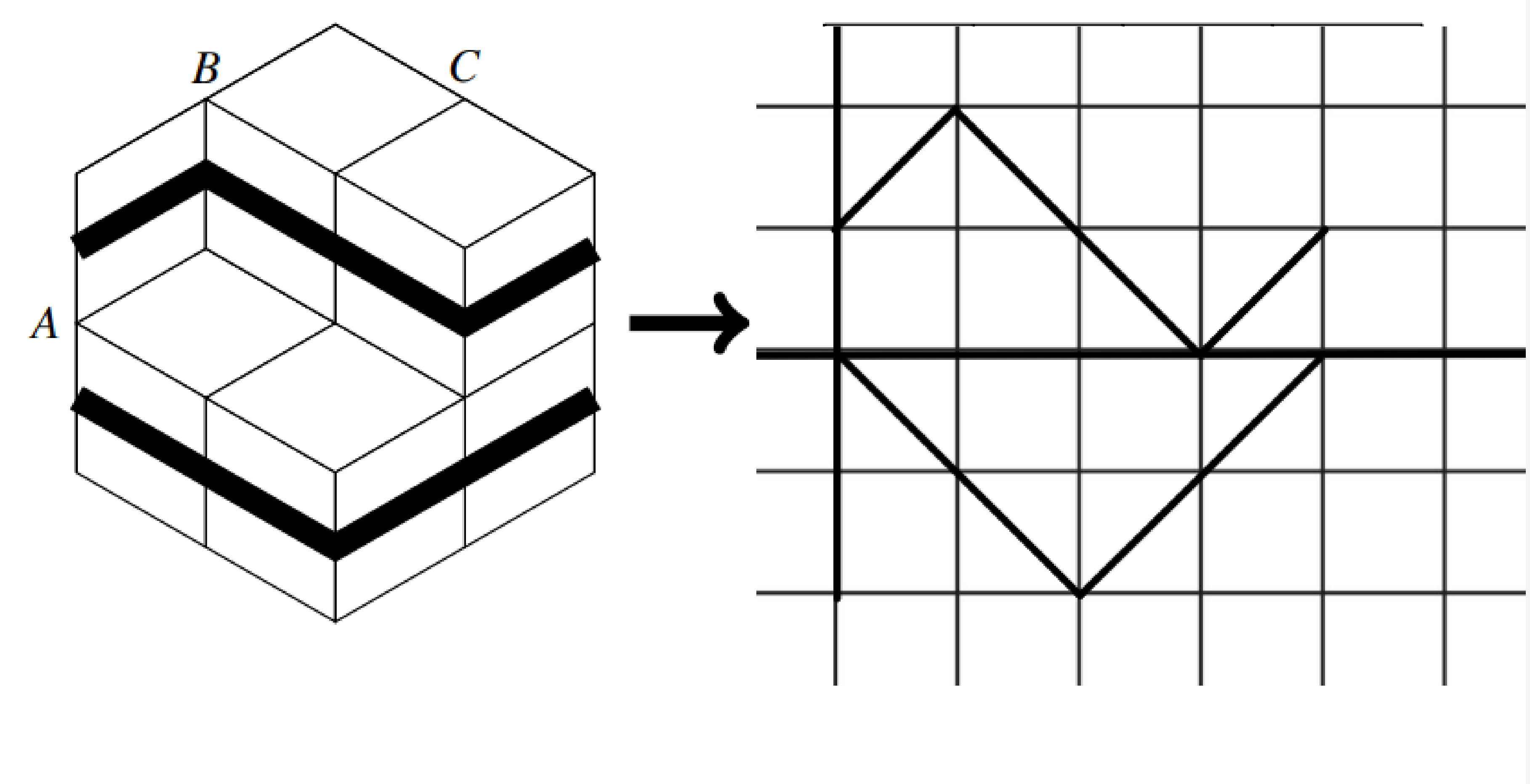
# Motywacja



# Motywacja



# Motywacja



# Twierdzenie Donskera

Niech $X_1, \dots$ są iid. ze średnią 0 i wariancją 1 oraz niech $S_n = X_1 + \dots + X_n$. Definiujemy

$$S(u) = \begin{cases} S_u, & u \in N \\ \text{liniowe na}[k, k+1], & k = \lfloor u \rfloor \end{cases}$$

Wtedy $\frac{S(nt)}{\sqrt{n}} \Rightarrow B(t)$, gdzie $t \in [0,1]$ a $B(\cdot)$ jest ruchem Browna.

# Twierdzenie Donskera wersja warunkowa

$$\frac{S(nt)}{\sqrt{n}}\bigg|S(n) = 0 \Rightarrow B^0(t),$$

gdzie $B^0(t) \stackrel{d}{=} B(t)|B(1) = 0 \stackrel{d}{=} B(t) - tB(1)$

# Plan pracy magisterskiej

1. $\left.\frac{S(nt)}{\sqrt{n}}\right| S(n) = 0 \Rightarrow B^0(t),$

2. $\left(\frac{S_1(nt)}{\sqrt{n}}, \frac{S_2(nt)}{\sqrt{n}} + 1, \ldots, \frac{S_k(nt)}{\sqrt{n}} + k - 1 \middle| S_1(n) = 0, \ldots, S_k(n) = 0\right) \Rightarrow$
$(B_1^0(t), B_2^0(t) + 1, \ldots, B_k^0(t) + k - 1),$

3. $\left(\frac{S_1(nt)}{\sqrt{n}}, \frac{S_2(nt)}{\sqrt{n}} + 1, \ldots, \frac{S_k(nt)}{\sqrt{n}} + k - 1 \middle| S_1(n) = 0, \ldots, S_k(n) = 0,\right.$
$\left.\forall t \forall i \neq j \quad S_i(nt) + (i-1) \neq S_j(nt) + (j-1)\right) \Rightarrow$
$(B_1^0(t), B_2^0(t) + 1, \ldots, B_k^0(t) + k - 1 \Big|$
$\forall t \forall i \neq j \quad B_i(t) + (i-1) \neq B_j(t) + (j-1)),$