

Model INMA oraz stowarzyszony z nim graf

Katarzyna Rydzewska

Praca magisterska pisana pod kierunkiem dr. hab. Krzysztofa Topolskiego

Model średniej ruchomej (MA)

Szereg czasowy $\{Y_t\}$ nazywamy procesem średniej ruchomej rzędu q wtedy i tylko wtedy, gdy spełnia on zależność:

$$Y_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q},$$

gdzie:

$$Z_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2),$$

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ są ustalonymi parametrami modelu.

Model INMA(1)

Dla szeregu $\{y_t\}$ model INMA(1) ma postać:

$$y_t = \beta \circ \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t,$$

gdzie $\beta \in [0, 1]$ to operator binarnego przerzedzania.

Model INMA(1)

Dla szeregu $\{y_t\}$ model INMA(1) ma postać:

$$y_t = \beta \circ \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t,$$

gdzie $\beta \in [0, 1]$ to operator binarnego przerzedzania.

W modelu tym nie można stosować mnożenia przez liczby rzeczywiste, dlatego zastąpiono je składaniem Poissona, które definiujemy jako:

$$\beta \circ \varepsilon_t = \sum_{j=1}^{\varepsilon} Z_j,$$

gdzie $\{Z_j\}_{j=1}^{\varepsilon}$ to niezależne zmienne losowe o rozkładzie dwumianowym, takie że

$$\Pr(Z_j = 1) = \beta = 1 - \Pr(Z_j = 0).$$

Wybrane własności modelu INMA(1)

Zakładając, że zmienna losowa ε_t ma wartość oczekiwaną μ oraz skończoną wariancję σ^2 , łatwo pokazać, że dla modelu spełnione są następujące własności:

$$\mathbb{E}[y_t] = (1 + \beta)\mu$$

$$\text{Var}(y_t) = \beta(1 - \beta)\mu + (1 + \beta^2)\sigma^2$$

$$\text{Cov}(y_t, y_{t-1}) = \text{Cov}(\beta \circ \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-1}) = \beta\sigma^2$$

Model INMA(q)

Dla szeregu $\{y_t\}$ model INMA(q) ma postać:

$$y_t = \beta_0 \circ \varepsilon_t + \beta_1 \circ \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \circ \varepsilon_{t-q},$$

gdzie $q \geq 1$.

Model INMA(q)

Dla szeregu $\{y_t\}$ model INMA(q) ma postać:

$$y_t = \beta_0 \circ \varepsilon_t + \beta_1 \circ \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \circ \varepsilon_{t-q},$$

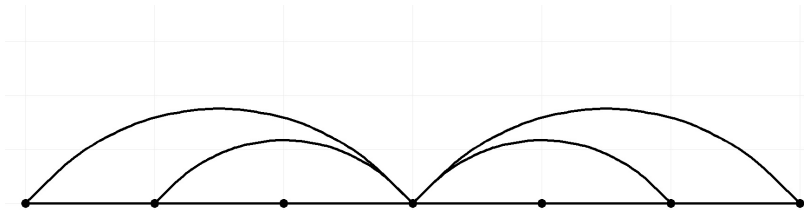
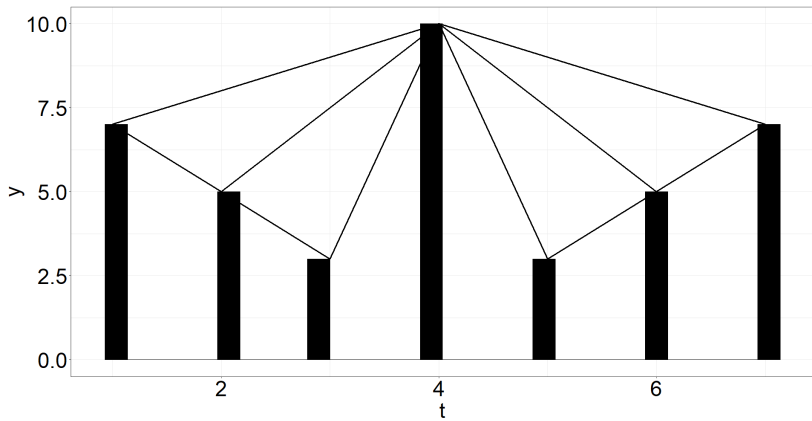
gdzie $q \geq 1$.

Ponadto przerzedzenia w czasie t są wykonywane niezależnie od siebie.

Grafy widoczności

Algorytm, który może przekształcić szereg czasowy na graf jest zdefiniowany w następujący sposób. Dane z szeregu czasowego (t_1, y_1) i (t_2, y_2) są uważane za dwa widoczne i połączone wierzchołki w grafie, jeśli istnieje obserwacja (t_3, y_3) oraz między nimi jest spełniona poniższa zależność:

$$y_3 < \frac{t_2 - t_3}{t_2 - t_1}(y_1 - y_2) + y_2.$$



Można sprawdzić, że za pomocą niniejszego algorytmu, graf widoczności przekształcony z szeregu czasowego jest zawsze:

- ★ Połączony - każdy węzeł widzi co najmniej swoich najbliższych sąsiadów po stronie lewej i prawej.
- ★ Nieukierunkowany - nie istnieje kierunek określony między połączeniami wierzchołków.
- ★ Niezmienniczy na przekształcenia liniowe.