

1. (1 punkt) Wypróbuj program przykładowy do całkowania numerycznego `ex_int.input` dla $f(x) = |x - 1/2|$, $f(x) = \sin(2\pi x)$, $f(x) = \frac{1}{2+\sin(x)}$. Jak zachowuje się błąd przy powiększaniu liczby kroków? Użyj program `sqr_fit.input` w odpowiedzi.

2. (bez punktów) Przy pomocy programu `ex_diff.input` zbadaj błąd numerycznego obliczenia pochodnych. Jak wygląda błąd gdy używamy wzór przybliżony $f'(x) \approx (f(x+h) - f(x-h))/(2h)$. Jaki jest rząd tych wzorów? (1 punkt) Czy potrafisz wyjaśnić dlaczego dla bardzo małych h błąd jest dużo większy niż przewidywany przez rząd metody? (Wskazówka: `digits()` podaje ilość cyfr znaczących używanych przez arytmetykę `Float`. Tą wartość można zmieniać.)

Uwaga: Klikając na okienko obrazka dostaniemy menu. W menu jest pozycja `Units Off`, trzeba na nią kliknąć, wtedy zmieni się na `Units On` i będzie widoczna skala wykresu.

Uwaga: Niestety, wykresy działają tylko w systemie Linux, dlatego pierwsza część zadanie jest bez punktów (by nie było straty dla osób nie mających dostępu do Linuxa). Drugą można zrobić czysto teoretycznie (choć wykresy pomagają).

3 (1 punkt) Podobnie jak w notatkach pokaż że

$$\int_{-1}^1 f(x)dx - 2f(0) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (1 - |x|)^2 f''(x)dx$$

(jest to błąd wzoru prostokątów).