

1. (0.8 punktu) Uzasadnij że na przestrzeni jednowymiarowej  $H(1) \subset C(1/2)$ . Dokładniej pokaż że

$$|f(x) - f(y)| \leq |x - y|^{1/2} \|f'\|_{L^2}$$

Wskazówka: Użyj nierówność Schwartza do oszacowania całki z pochodnej.

2. (1.2 punktu) Uzasadnij że na odcinku istnieje dokładnie jeden wielomian stopnia nie przekraczającego 3 z zadanymi wartościami i wartościami pierwszej pochodnej na końcach. Znajdź wielomian stopnia 3 na trójkącie taki że jego wartości i pierwsze pochodne są zerami w wierzchołkach trójkąta. Rozwiąż podobny problem dla pochodnych rzędu 2 i wielomianów stopnia 5.