

1. (0.7 punktu) Zaprogramuj jawną metodę Eulera. Sprawdź jaki jest błąd dla równania $y'(x) = y(x)$ na przedziale $[0, 1]$ z wartością $y(0) = 1$ przy różnych krokach.

2. (0.6 punktu) Można myśleć że metoda różnicowa jest zadana przez podanie dwu operatorów różnicowych o stałych współczynnikach. Uzasadnij że algebra operatorów różnicowych jest izomorficzna z algebrą wielomianów. Bazując na tym uzasadnij że jeśli dwa operatory zadające metodę różnicową mają wspólny czynnik to metodę można zastąpić przez metodę z mniejszym k . Dokładniej, istnieje metoda z mniejszym k taka że rozwiązania z tej metody są rozwiązaniami z oryginalnej metody.

(0.6 punktu) Podobnie, uzasadnij że jeśli metoda jest *symetryczna*, tzn. współczynniki a są antysymetryczne zaś współczynniki b są symetryczne to metoda ma rząd parzysty.

Uwaga: Powyżej wygodnie jest przyjąć pierwsze podane w notatkach sformułowanie metody różnicowej, tzn. bez wyróżniania członu y_{i+1} .

Wskazówka: Przy sprawdzaniu warunku na rząd dobrze jest użyć sformułowanie gdzie testujemy na wielomianach, wybrać punkt odniesienia tak by punkty siatki były względem niego symetryczne i rozbić wielomian na część parzystą i nieparzystą.