1. (1.2 punktu) Zaprogramuj metodę różnicową Hamminga. Jest to metoda niejawna (predyktor-korektor) z $k = 3$. Główny wzór (korektor) to

$$y_{i+1} = \frac{1}{8}(9y_i - y_{i-2}) + \frac{3}{8}h(z_{i+1} + 2z_i - z_{i-1}).$$

Przybliżenie początkowe uzyskujemy wzorem

$$y_{i+1,0} = y_{i-3} + \frac{4}{3}h(2z_i - z_{i-1} + 2z_{i-2})$$

To przybliżenie poprawiamy wzorem

$$y_{i+1,1} = y_{i+1,0} + \frac{112}{121}(y_i - y_{i,0})$$

a następnie stosujemy iteracją punktu stałego by rozwiązać główny wzór, czyli wyliczamy $y_{i+1,j+1}$ jako lewą stronę głównego wzoru gdzie po prawej do oblicznia z_{i+1} używamy $y_{i+1,j}$. Kryterium zakończenia iteracji punktu stałego jest następującje. Obliczamy

$$\delta_j = |F(x_{i+1}, y_{i+1,j+1}) - F(x_{i+1}, y_{i+1,j})|$$

gdzie $y_{i+1,j}$ oznacza j-te przybliżenie metodą punktu stałego. Przy pomocy δ_1 szacujemy pochodną F:

$$K = \frac{\delta_j}{|y_{i+1,j+1} - y_{i+1,j}|}$$

i błąd kroku wzorem

$$h^2 b_{-1}^2 \delta_j K/(1 - hb_{-1}K)$$

gdzie $b_{-1} = \frac{3}{8}$. Dla zbieżności metody punktu stałego $hb_{-1}K$ powinno być dużo mniejsze niż 1, toteż dzielnie przez $(1 - hb_{-1}K)$ można pominąć. By nie pogorszyć istotnie błędu metody szacowanie wyżej powinno dać wartość istotnie mniejszą niż błąd wzoru głównego, czyli np. mniej niż $\frac{1}{100}h^5$ (przy założeniu że pochodne i wartość rozwiązania są rzędu 1).

Uwaga: Jeśli znane jest oszacownie dla modułu pochodnej $\partial_y F(x, y)$ to można je użyć upraszczając wzory. Np. gdy $F(x, y) = -y$ to można brać $K = 1$.