1. (1 punkt) Powiemy że funkcja f jest słabym rozwiązaniem równania falowego

$$\partial_t^2 f(t,x) - \partial_x^2 f(t,x) = 0$$

jeśli dla każdej funkcji gładkiej ϕ zachodzi

$$\int f(t,x)(\partial_t^2 - \partial_x^2)\phi(t,x)dxdt = 0.$$

Uzasadnij że jeśli h jest funkcją ciągłą jednej zmiennej to $f(t,x) = h(x+t)$ jest słabym rozwiązaniem równania falowego.

2. (0.7 punktu) Badamy (minus) drugą pochodną z warunkiem brzegowym Neumanna (tzn. pochodna równa się zero w puktach brzegowych) na odcinku $[0,1]$. Funkcję reprezentujemy przez wartości w punktach $0, h, 2, \ldots, Nh$ dla $h = 1/N$. W punktach wewnętrznych stosujemy przybliżenie dyskretne:

$$(Af)(kh) = \frac{2f(kh) - f((k-1)h) - f((k+1)h)}{h^2}.$$

W punktach brzegowych wartość w punkcie poza odcinkiem zastępujemy przez wartość w punkcie symetrycznym względem końca, tzn. zamiast $f(-h)$ bierzemy $f(h)$, zamiast $f(N+1)h)$ bierzemy $f((N-1)h)$. Znajdź wektory własne i wartości własne.