

1. (1 punkt) Niech

$$A_x f(x, y) = \frac{1}{h^2} (f(x-h, y) + f(x+h, y) - 2f(x, y)),$$

$$A_y f(x, y) = \frac{1}{h^2} (f(x, y-h) + f(x, y+h) - 2f(x, y)),$$

$$A = A_x + A_y,$$

$$B = A_x A_y.$$

Sprawdź że jeśli  $f$  jest ma ograniczoną szóstą pochodną,  $g = -\Delta f$ , to

$$-\left(A + \frac{h^2}{6}B\right)f = \left(1 + \frac{h^2}{12}A\right)g + O(h^4).$$

Komentarz: Daje to przybliżenie rzędu 4 równania Poissona, choć przybliżenie Laplasianu nie jest rzędu 4.

2. (0.7 punktu) Operator różnicowy  $A$  jest zadany wzorem  $(Af)(n, k) = 4f(n, k) - f(n+1, k) - f(n-1, k) - f(n, k+1) - f(n, k-1)$  dla siatki składającej się z  $\{|(n, k)| < 7\}$ . Wartości  $A$  poza siatką nie wyliczamy, tam gdzie pojawią się wartości  $f$  poza siatką przyjmujemy że są zerami. Wylicz (zakoduj procedurę wyliczającą) macierz dla operatora  $A$ .