

1. Niech G będzie grupą macierzy 2 na 2 postaci

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi. Znajdź podprzestrzenie niezmiennicze dla naturalnej reprezentacji G na przestrzeni dwuwymiarowej.

2. Niech G będzie grupą symetrii kwadratu. Czy G ma nietrywialną podprzestrzeń niezmienniczą dla naturalnej reprezentacji G na przestrzeni dwuwymiarowej.

3. Znajdź klasy sprzężoności, tzn. zbiory postaci $[x] = \{g x g^{-1} : g \in G\}$ dla grup z zadań 1 i 2.

4. Niech R będzie pierścieniem wielomianów zmiennej x o współczynnikach rzeczywistych, V będzie przestrzenią wektorową nad ciałem liczb rzeczywistych, zaś A będzie odwzorowaniem liniowym V w V . Uzasadnij dla $q(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i$ wzór

$$\rho(q) = \sum_{i=0}^n c_i A^i$$

zadaje na V strukturę modułu nad R .