1. Niech M będzie skończenie wymiarową przestrzenią wektorową nad ciałem k i niech $R \subset \mathrm{End}_k(M)$ będzie podalgebrą nad k. Uzasadnij że dowolny endomorfizm $h \in \mathrm{End}_R(M)$ można przedstawić elementem $H \in \mathrm{End}_k(M)$ takim że $\alpha H = H\alpha$ dla dowolnego $\alpha \in R$. Jak wygląda $\mathrm{End}_R(M)$ jeśli R składa się z macierzy diagonalnych?

2. Niech M będzie skończenie wymiarową przestrzenią wektorową nad ciałem k i niech $R \subset \mathrm{End}_k(M)$ będzie podalgbrą nad k. Uzasadnij że R jest pierścieniem półprostym (tzn. jest modułem półprostym nad sobą) wtedy i tylko wtedy gdy M jest R-modułem półprostym.

3. Niech R będzie pierścieniem. Radykałem Jacobsona N pierścienia R nazywamy przekrój wszystkich maksymalnych ideałów lewostronnych w R. Uzasadnij że N jest ideałem obustronnym i że można zdefiniować N jako przekrój wszystkich maksymalnych ideałów prawostronnych. Uzasadnij że jeśli M jest R-modułem prostym to $NM = \{0\}$. Uzasadnij że jeśli R jest pierścieniem półprostym to $N = \{0\}$.

4. Uzasadnij że jeśli moduł M ma skończony rozkład na sumę prostą modułów prostych to rozkład ten jest jednoznaczny, tzn. można znaleźć 1-1 odpowieniość między składnikami rozkładów taką że odpowiadające sobie składniki są izomorficzne.

5. Uzasadnij że element pierścienia grupowego $k[G]$ jest w centrum $k[G]$ wtedy i tylko wtedy gdy jako funkcja na G jest stały na klasach sprzężoności.