

**Bazy danych,
lista nr 1 (ćwiczenia)**

1. Podaj przykład skończonego częściowego porządku o 999 elementach, który ma dokładnie 9 elementów minimalnych oraz element największy. Czy można żądać istnienia dwóch elementów największych? W trakcie rozwiązywania tego zadania przypomnij odpowiednie definicje.
2. Popatrzmy na częściowy porządek $\langle \mathcal{P}(\{a, b, c\}) \setminus \{\emptyset\}, \subseteq \rangle$. Narysuj jego diagram Hassego. Znajdź elementy minimalne, najmniejsze, największe, maksymalne. Podaj przykład elementów nieporównywalnych.
3. Podaj przykład niepustych zbiorów A, B dla których równość $A \cup B = A \cap B$ jest:
(i) prawdziwa, (ii) fałszywa. Następnie wyraż $A \cap B$ przy pomocy A, B , i $\setminus$. Czy można wyrazić $A \cup B$ przy pomocy A, B i $\setminus$?
4. Poniższe tabele R, S można interpretować jako relacje binarne. Wyznacz $R \circ S, \pi_1[S], \pi_2[S], \pi_2[R \circ S]$. Które z następujących relacji są funkcjami: R, R^{-1}, S ? Ogólnie dla dwóch relacji $U \subseteq X \times Y, V \subseteq Y \times Z$ określmy

$$U \otimes V = \{ \langle x, y_1, y_2, z \rangle \in X \times Y \times Y \times Z : \langle x, y_1 \rangle \in U \wedge \langle y_2, z \rangle \in V \wedge y_1 = y_2 \}.$$

Oblicz $R \otimes S$ i wyjaśnij, jak to się ma do $R \circ S$.

Bogdan	herbata
Roman	sok
Jakub	herbata
Grzegorz	kawa
Paweł	kawa
Kasia	zupa

woda	zdrowie
sok	cukier
kawa	cukier
herbata	teina
kawa	kofeina

Uwaga: $\langle x, z \rangle \in R \circ S$, gdy istnieje y taki, że $\langle x, y \rangle \in R$ i $\langle y, z \rangle \in S$; $\pi_1[S]$ oznacza rzut S na pierwszą współrzędną, tzn. $x \in \pi_1[S]$, gdy istnieje y taki, że $\langle x, y \rangle \in S$; analogicznie π_2 to rzut na drugą współrzędną.

5. Ile jest funkcji częściowych z ustalonego zbioru n -elementowego w ustalony zbiór m -elementowy? Kiedy suma mnogościowa dwóch funkcji częściowych jest funkcją częściową? Podaj przykłady takich dwóch funkcji częściowych, których suma jest funkcją częściową oraz takich, których suma nią nie jest.
6. Niech A, B, C będą pewnymi podzbiorami zbioru liczb naturalnych. Czy zawsze

$$\pi_2[\{ \langle a, b, c \rangle \in A \times B \times C : a = b \vee b = c \}] = (A \cap B) \cup (B \cap C)?$$

Wskazówka: dwa razy sprawdzić swoje rozwiązanie.

7. Rozważmy zbiory $A = \{\text{liczba}, \text{marka}, \text{litera}\}$, $X_{\text{liczba}} = \{1, 2\}$, $X_{\text{marka}} = \{\text{PostgreSQL}\}$, $X_{\text{litera}} = \{\alpha, \beta, \gamma\}$. Wyznacz następujący produkt: $\prod_{a \in A} X_a$. Wybierz dowolny element x z tego produktu i wyjaśnij, co to jest $x(\text{litera})$.
8. Sprawdź, czy następująca formuła zdaniowa jest tautologią KRZ (czyli taką, jakie były na Wstępie do Matematyki):

$$(p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee q)$$
9. Pokaż, że w każdym skończonym, niepustym częściowym porządku istnieją elementy minimalne. *Wskazówka:* możesz to zrobić indukcyjnie.