

ANALIZA MATEMATYCZNA 3. LISTA 5.

1. Oblicz pochodne cząstkowe rzędu drugiego; wskaż ich dziedziny.

a) $f(x, y) = e^{xy} + x^2y + y^3$ b) $z = |x| + |y|^3$ c) $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$, $f(0, 0) = 0$

2. Oblicz pochodne cząstkowe rzędu trzeciego funkcji $f(x, y, z) = e^{x+y+z} + xy^2z^3$

3. Oblicz pochodne cząstkowe rzędu 24 f-cji a) $z = e^{2x+5y} + y^3$ a) $z = \sin(\pi x + ey)$

* * *

4. Oblicz pochodne rzędu pierwszego funkcji złożonej z (i w) 'po czym się da'

a) $z = 2x^2 - 3y^3$; $x = \sqrt{t}$, $y = e^{2t}$ a[±]) $z = \arctg(y^2 \pm x^2)$; $x = \sin t$, $y = \cos t$

b) $z = \sin 2u \cos 3v$; $u = (r + s)^2$, $v = (r - s)^2$ b') $z = u^v$; $u = x^y$, $v = xy$

c) $w = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = 2t$

d) $w = \frac{yz}{x^2+xy}$; $x = u^2$, $y = v^2$, $z = u^2 - v^2$

5. Udowodnij: a) jeśli $z = f(x - y)$, to $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \dots\dots$

b) jeśli $w = f(x - y, y - z, z - x)$, to $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \dots\dots$

* * *

6. Znajdź wielomian (dwóch zmiennych) stopnia ≤ 3 o takich samych wartościach pochodnych rzędu ≤ 3 w punkcie $(0, 0)$ jakie ma podana funkcja.

a) $f(x, y) = e^x \cos y$ b) $z = e^x \ln(1 + y)$ c) $z = e^{xy}$ d) $z = x^2 e^{x^2 y^3}$

7. Wyznacz przybliżoną wartość. Oszacuj błąd w a), c).

a) $\sqrt{6,02^2 + 8,01^2}$ b) $\frac{8,04}{2,02}$ c) $1,02^{3,01}$ d) $\ln(\sqrt[3]{1,03} + 0,08^4)$

a') $\sqrt{5,98^2 + 8,01^2}$ c') $1,01^{3,02}$ c'') $0,99^{3,02}$ e) $\sqrt[3]{5,99^2 + 2,03^6 + 4,97^2}$

* * *