

ANALIZA MATEMATYCZNA 3. LISTA 5.

1. Oblicz pochodne cząstkowe rzędu drugiego; wskaż ich dziedziny.

a)  $f(x, y, z) = e^{xyz} + x^2y^3z^4$     b)  $z = |x| + y^3$     c)  $f(x, y) = \frac{x^8y^8}{x^2+y^2}$ ,  $f(0, 0) = 0$

2. Oblicz pochodne cząstkowe rzędu trzeciego funkcji  $f(x, y, z) = e^{x+y+z} + xy^2z^3$

3. Oblicz (wszystkie) pochodne cząstkowe rzędu 24 funkcji

a)  $f(x, y) = x^{30}y^2 + (x^3y^2 + 4)^2(y - x^3)^3$     b)  $z = e^{2x+5y}$     c)  $z = \sin(\pi x + ey)$

\* \* \*

4. Oblicz pochodne rzędu pierwszego złożenia funkcji:

a)  $z = 2x^2 - 3y^3$ ;  $x = \sqrt{t}$ ,  $y = e^{2t}$     a $^{\pm}$ )  $z = \arctg(y^2 \pm x^2)$ ;  $x = \sin t$ ,  $y = \cos t$

b)  $z = \sin 2u \cos 3v$ ;  $u = (r + s)^2$ ,  $v = (r - s)^2$     b')  $z = u^v$ ;  $u = x^y$ ,  $v = xy$

c)  $w = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ;  $x = e^t$ ,  $y = e^{-t}$ ,  $z = 2t$

d)  $w = \frac{yz}{x^2+xy}$ ;  $x = u^2$ ,  $y = v^2$ ,  $z = u^2 - v^2$

5. Udowodnij (doprecyzuj założenia o  $f$ ):

a) Niech  $f : \mathbb{R}^{\dots} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie .....

Jeśli  $z = f(x - y)$ , to  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \dots\dots$

b) Niech  $f : \mathbb{R}^{\dots} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie .....

Jeśli  $w = f(x - y, y - z, z - x)$ , to  $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \dots\dots$