

AM3, k6, (A)

1. Zapisz całkę iterowaną **podając** wyrażenia a, b, c, d, e, f (uważaj na kolejność!)

a) dla kuli A o środku $(0,0,5)$ i promieniu 3

$$\mathbf{a'}) \quad \iiint_A g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dz dy dx \quad (\text{w ukł. kartezj.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

$$\mathbf{a'')} \quad \iiint_A g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) \cdot r dh dr d\varphi \quad (\text{w ukł. cylindr.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

$$\mathbf{a''')} \quad \iiint_A g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) \cdot r dr d\varphi dh \quad (\text{w ukł. cylindr.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

b) dla stożka B o wierzch. w $(0,0,5)$, środku podstawy w $(0,0,1)$ i pr. podstawy 3

$$\mathbf{b'}) \quad \iiint_B g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dz dy dx \quad (\text{w ukł. kartezj.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

$$\mathbf{b'')} \quad \iiint_B g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) \cdot r dh dr d\varphi \quad (\text{w ukł. cylindr.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

$$\mathbf{b''')} \quad \iiint_B g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) \cdot r dr d\varphi dh \quad (\text{w ukł. cylindr.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

c) dla zbioru $C = \{(x, y, z) : |y| \leq x \leq 3 \wedge 0 \leq z \leq 2x\}$

$$\mathbf{c'}) \quad \iiint_C g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dz dy dx \quad (\text{w ukł. kartezj.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

$$\mathbf{c'')} \quad \iiint_C g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dy dx dz \quad (\text{w ukł. kartezj.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

$$\mathbf{c''')} \quad \iiint_C g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) r dh dr d\varphi \quad (\text{ukł. cylindr.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

d) dla zbioru D będącego częścią wspólną dwóch kul o środkach w $(0,0,-4)$ i w $(0,0,4)$ i jednakowych promieniach 6

$$\mathbf{d')} \quad \iiint_D g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dz dy dx \quad (\text{w ukł. kartezj.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

$$\mathbf{d'')} \quad \iiint_D g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) r dh dr d\varphi \quad (\text{ukł. cylindr.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

$$\mathbf{d''')} \quad \iiint_D g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) r dr d\varphi dh \quad (\text{ukł. cylindr.})$$

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots \quad d = \dots \quad e = \dots \quad f = \dots$$

2 Niech $S = \{(x, y, z) : 0 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2\}$. Znajdź takie $p \in \mathbb{R}$, że powierzchnia $z = p(x^2 + y^2)$ dzieli S na dwie części o jednakowych objętościach. **(Przedstaw pełne rozwiązanie.)**

...

()

Proszę o samodzielną pracę, bez elektroniki. (Punktacja: zad 1. 12×3p.)

‘Podaj’ = ‘podaj, bez uzasadnienia’, po uproszczeniu do ‘elegantkiej’ postaci.

Tu jest miejsce na ciąg dalszy rozwiązania zadania 2.