

AM3, k7, (A)**1.** (6×3p.) Zapisz całkę iterowaną **podając** wyrażenia a, b, c, d, e, f **a)** dla czworościanu A o wierzchołkach: $(0, 0, 0), (1, 3, 0), (0, 3, 0), (0, 0, 5)$

$$\mathbf{a'}) \quad \iiint_A g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dz dy dx \quad (\text{w ukł. kartezj.})$$

$$a = \quad b = \quad c = \quad d = \quad e = \quad f =$$

$$\mathbf{a'')} \quad \iiint_A g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dz dx dy \quad (\text{w ukł. kartezj.})$$

$$a = \quad b = \quad c = \quad d = \quad e = \quad f =$$

$$\mathbf{a''')} \quad \iiint_A g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dx dy dz \quad (\text{w ukł. kartezj.})$$

$$a = \quad b = \quad c = \quad d = \quad e = \quad f =$$

b) dla $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z \leq 4 \wedge 0 \leq x \leq y \wedge 0 \leq z\}$

$$\mathbf{b')} \quad \iiint_B g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dz dy dx \quad (\text{w ukł. kartezj.})$$

$$a = \quad b = \quad c = \quad d = \quad e = \quad f =$$

$$\mathbf{b'')} \quad \iiint_B g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) \cdot r dh dr d\varphi \quad (\text{w ukł. cylindr.})$$

$$a = \quad b = \quad c = \quad d = \quad e = \quad f =$$

$$\mathbf{b''')} \quad \iiint_B g(x, y, z) d\omega = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) \cdot r dr d\varphi dh \quad (\text{w ukł. cylindr.})$$

$$a = \quad b = \quad c = \quad d = \quad e = \quad f =$$

2 (2×7p.) (Podaj odpowiedź w postaci całki iterowanej.) Wyznacz masę B , gdy**a)** B jest prostopadłościanem $3 \times 5 \times 4$, którego gęstość w danym punkcie jest sześcianiem odległości tego punktu od płaszczyzny przechodzącej przez środki najdłuższych jego krawędzi**b)** $B = \{(x, y, xy^2) : x, y \in [0, 5]\}$ jest powierzchnią, której gęstość (powierzchniowa) w danym punkcie jest kwadratem odległości tego punktu od prostej przechodzącej przez punkty $(0, 0, 0), (0, 1, 0)$

3. (3×6p.) Oblicz 'do końca' daną całkę

a)
$$\iint_{\substack{x^2 + 5y^2 \leq 1 \\ x, y \geq 0}} x \, d\omega$$

(ewent. zmień ukł. współrzędnych)

()

Proszę o samodzielną pracę, bez elektroniki.

‘Podaj’ = ‘podaj, bez uzasadnienia’, po uproszczeniu do ‘elegantckiej’ postaci.

Tu jest miejsce na ciąg dalszy rozwiązania zadania 3.

b)
$$\int_{\substack{x^2 + y^2 = 3^2 \\ x, y \geq 0}} x^2 \, d\ell$$

(całka krzywoliniowa nieskierowana)

c)
$$\int_{\substack{x^2 + y^2 = 4^2 \\ x, y \geq 0}} (x^2 - x, y^2) \circ \vec{dr}$$

(całka skierowana od (4,0) do (0,4))