

ANALIZA MATEMATYCZNA 3. LISTA 5.

1. Oblicz pochodne cząstkowe rzędu drugiego; wskaż ich dziedziny.

a) $f(x, y, z) = e^{xyz} + x^2 y^3 z^4$ b) $z = |x| + y^3$ c) $f(x, y) = \frac{x^8 y^8}{x^2 + y^2}$, $f(0, 0) = 0$

2. Oblicz wszystkie pochodne cząstkowe rzędu 7. funkcji $f(x, y, z) = e^{x+y+z} + xy^2 z^3$.

3. Oblicz (wszystkie) pochodne cząstkowe rzędu 29 funkcji

a) $f(x, y) = x^{30} y^2 + (x^3 y^2 + 4)^2 (y - x^3)^3$ b) $z = e^{2x+5y}$ c) $z = \sin(\pi x + ey)$

4. Oblicz pochodne rzędu pierwszego złożenia funkcji:

a) $z = 2x^2 - 3y^3$; $x = \sqrt{t}$, $y = e^{2t}$ a[±]) $z = \arctg(y^2 \pm x^2)$; $x = \sin t$, $y = \cos t$

b) $z = \sin 2u \cos 3v$; $u = (r + s)^2$, $v = (r - s)^2$ b') $z = u^v$; $u = x^y$, $v = xy$

c) $w = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = 2t$

d) $w = \frac{yz}{x^2 + xy}$; $x = u^2$, $y = v^2$, $z = u^2 - v^2$

5. Udowodnij (doprecyzuj założenia o f):

a) Niech $f: \mathbb{R}^{\dots} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie

Jeśli $z = f(x - y)$, to $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \dots$

b) Niech $f: \mathbb{R}^{\dots} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie

Jeśli $w = f(x - y, y - z, z - x)$, to $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \dots$

6. Znajdź wielomian stopnia ≤ 3 o wartościach pochodnych rzędu ≤ 3 w początku ukł. współrzędnych takich samych, jakie ma funkcja zadana wzorem:

a) $e^x \cos y$ b) $e^x \ln(1 + y)$ c) e^{xy} d) $x^2 e^{x^2 y^3}$ e) $\cos(xyz)$

7. Wyznacz przybliżoną wartość (przybliżając pł.styczną). Oszacuj błąd w a), c).

a) $\sqrt{6,02^2 + 8,01^2}$ b) $\frac{8,04}{2,02}$ c) $1,02^{3,01}$ d) $\ln(\sqrt[3]{1,03} + 0,08^4)$

a') $\sqrt{5,98^2 + 8,01^2}$ c') $1,01^{3,02}$ c'') $0,99^{3,05}$ e) $\sqrt[3]{5,99^2 + 2,03^6 + 4,97^2}$
* * *

ODPOWIEDZI DO NIEKTÓRYCH ZADAŃ (wg Wolfram):

6: $1 + x + \frac{x^2 - y^2}{2} + \frac{x^3 - 3xy^2}{6}$, $y + \frac{2yx - y^2}{2} + \frac{3yx^2 - 3y^2x + 2y^3}{6}$, $1 + xy$, x^2 , 1

7a') 9,996, 7b) 3,98, 7c') 1,03, 7c'') 0,97, 7e) 5,074.