

ANALIZA MATEMATYCZNA 3. LISTA 2.

1. Opisz (i naskicuj) zbiór będący dziedziną funkcji $f(x, y)$ o wzorze:

a) $\ln(x^2 + y^2 - 9)$ b) $\sqrt{9 - x^2/4 - y^2}$ c) $\ln(y^2 - 4x + 8)$ d) $\sqrt{x^2 - y^2}$

2. Dla $s \in \{1, 2, 3\}$ naskicuj zbiory:

$$P_s = \{(x, y) : f(x, y) = s\}, \text{ w układzie współrzędnych } OXY,$$

$$B_s = \{(x, z) : z = f(x, s)\}, \text{ w układzie współrzędnych } OXZ,$$

$$C_s = \{(y, z) : z = f(s, y)\} \text{ w układzie współrzędnych } OYZ,$$

gdzie $f(x, y)$ jest określona wzorem:

a) $2|x| + |y|$ b) $x^2 + |y|$ c) $x \cdot |x| + |y|$ d) $x^2 \cdot |y|$ e) $x \cdot |x| \cdot |y|$

3. Jaką symetrię ma wykres funkcji f spełniającej warunek (dla każdej pary (x, y)):

a) $f(x, y) = f(5 - x, y)$ b) $f(x, y) = f(5 - x, -y)$ c) $f(x, y) = f(6 - x, 7 - y)$

4. Narysuj poziomice (i/lub inne cięcia) wykresu funkcji tak, by odkryć jego kształt.

a) $f(x, y) = 5 - x + 2y$ b) $z = x^2 + 2y^2$ c) $z = x^2 + y^2 + 2xy$ d) $z = \sqrt[4]{x^2 + y^2}$

e) $g(x, y) = |y| - \sqrt{1 - x^2}$ f) $h(x, y) = \sqrt{1 - y^2} - \sqrt{1 - x^2}$ g) $z = |x| \cdot |y|$

5. Dobierz odpowiednią funkcję i jej dziedzinę tak, by jej wykres był:

a) trójkątem o wierzchołkach $(2, 0, 0)$, $(0, 3, 0)$, $(0, 0, 4)$

b) kwadratem o wierzchołkach $(0, 0, 2)$, $(2, 0, 0)$, $(2, 2\sqrt{2}, 0)$

c) półsfery o środku $(1, 2, 3)$ i promieniu 4

d) powierzchnią boczną stożka o wysokości $(1, 1, 1)(1, 1, 3)$ i promieniu podst. = 4

6. Dla $s \in \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}\}$ naskicuj poziomice P_s funkcji $f(x, y) = x^2/y + y - 2$.

6'. Znajdź błąd w poniższym 'rozwiązaniu' zadania 6.

Mamy $x^2/y + y - 2 = s$
 $x^2 + y^2 - 2y = sy$
 $x^2 + y^2 - 2(1 + \frac{1}{2}s)y + (1 + \frac{1}{2}s)^2 = (1 + \frac{1}{2}s)^2$
 $x^2 + (y - (1 + \frac{1}{2}s))^2 = (1 + \frac{1}{2}s)^2$

Zatem P_s są okręgami o środkach $(\dots, \dots)$ i promieniach $\dots$.

7. Naskicowano poziomice P_s , dla $s \in \{1, 2, 3, 4\}$, niektórych z poniższych funkcji:

$$f_1(x, y) = 2\sqrt{x^2 + y^2} + a, \quad f_2(x, y) = 2(x^2 + ay^2) - 1, \quad f_3(x, y) = 2(x^2 + ay),$$

$$f_4(x, y) = 2(x^2 + y^2 + ax), \quad f_5(x, y) = 2(x^2 + y^2 + (2+a)xy), \quad f_6(x, y) = 2(x + a|y|),$$

dla pewnych wartości parametru $a \in \{-1, 0, 1\}$. Podpisz rysunki.

